

Forfatter: Håvard Holm

Oppdrift og stabilitet



Innhold

Innledning.....	2
Skipets hoveddimensjoner.....	4
Linjetegninger.....	6
Grunnlag fra fysikk.....	8
Tyngdepunkt og oppdriftssenter.....	10
Tverrskipsstabilitet.....	12
Grunnlag for beregning av metasenterhøyde.....	14
Beregning av metasenterhøyde for skip.....	16
Stabilitet ved store krengevinkler.....	18
Effekt av fri overflate.....	20
Oppgaver.....	21

**Krigsskipet Vasa,
skrekkeksempel på
skip med altfor dårlig
stabilitet.**

God stabilitet er like viktig for et skip som oppdrift.

I tidens løp har det forekommet en rekke katastrofer med skip som var designet med for dårlig stabilitet eller som fikk stabiliteten ødelagt, for eksempel ved inntrenging av vann på dekk eller forskyvning av lasten.

Det svenske krigsskipet Vasa er kanskje det mest beryktede eksempelet på et skip som har blitt laget med for dårlig stabilitet. Det ble sjøsatt i Stockholm i 1628. Med en gang vinden tok tak i seilene, begynte skipet å krenge og ta inn vann gjennom de laveste kanonportene. Det kom seg ikke engang ut av havnen før det sank, med en sjokkert kong Gustav II Adolf og bybefolkningen som tilskuere på land. Hovedårsaken var at skipet hadde blitt utstyrt med for mange og tunge kanoner. Dermed ble tyngdepunktet liggende for høyt i forhold til det såkalte metasenteret som vi skal lære mer om senere.

På den tiden fantes det ennå ikke noe vitenskapelig grunnlag for å beregne stabiliteten slik som beskrevet i dette kapitlet. Skipet Vasa har i dag eget museum i Stockholm.

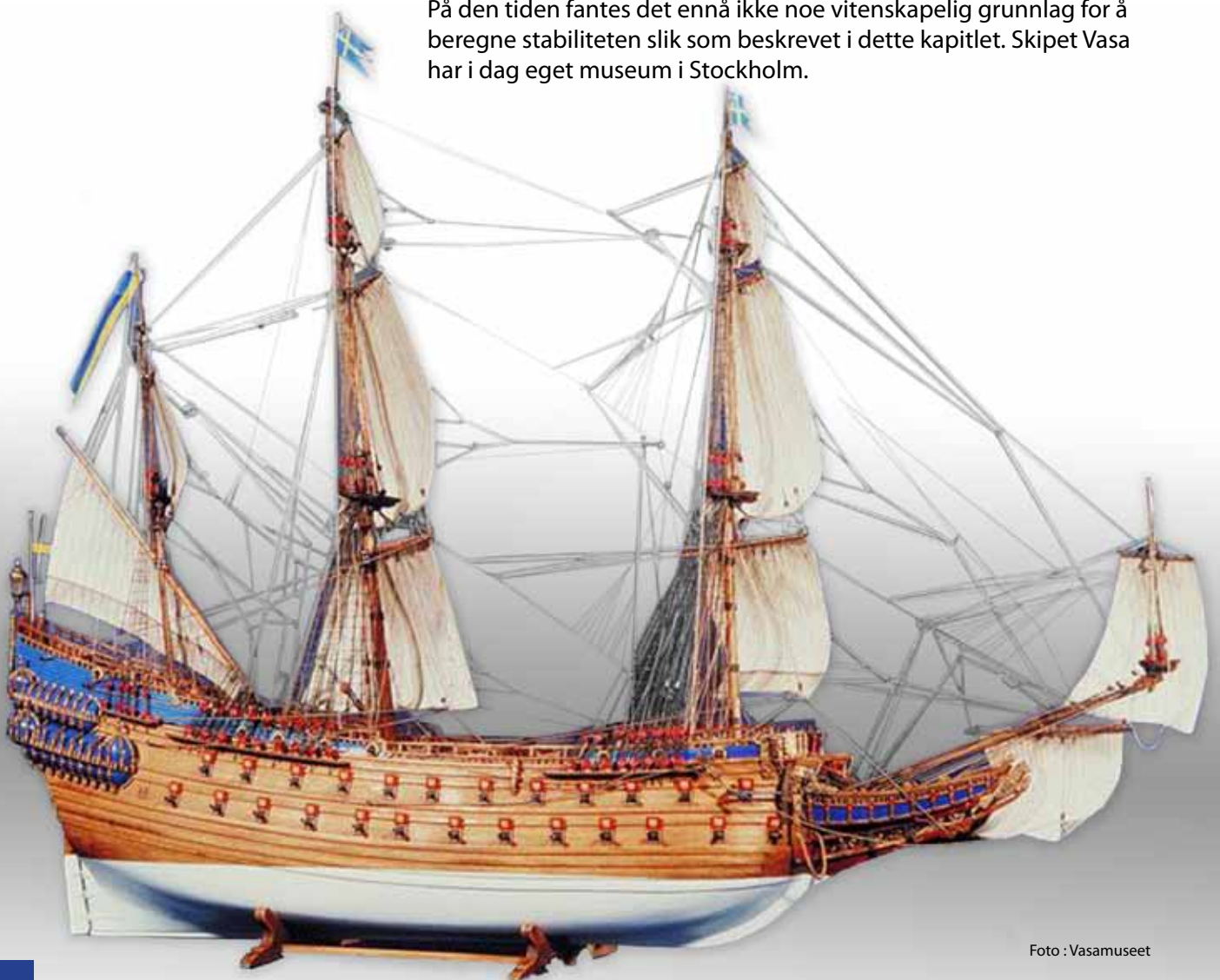


Foto : Vasamuseet

Oppdrift og stabilitet

Hvert år kantrer mange skip langs norskekysten. Vi skal nå lære om oppdrift og stabilitet for skip. Dette er noe av det viktigste man må ha kontroll over når man skal designe skip. Skip kan kantre og dermed føre til tap av både liv og verdier. Eksempler på tragiske hendelser på grunn av dårlig stabilitet finnes det utrolig mange av.

Den siste store ulykken er kanskje skipet Rocknes, som kantret inna-skjærs i nærheten av Bergen i 2004. Et av problemene i dette tilfellet var at lasten ikke var jevnet ut, slik at den forskjøv seg da skipet støtte på en grunne og krenget.

I 1994 hadde M/S Estonia problemer med baugporten i Østersjøen. Vann kom inn på bildekket, skipet fikk 30–40° slagside og sank etter en drøy halvtime.

Årlig kantrer mellom fem og ti skip langs norskekysten.

Et skips bevegelse er meget komplisert når det utsettes for bølger og vind. Vi skal her begrense oss til å studere rulling siden denne bevegelsen er mest kritisk for kantring. Rulling definerer vi som rotasjon om en langsgående akse i senter av skipet. Med stabilitet mener vi den evnen skipet har til å rette seg opp igjen etter en slik rulling eller krengebevegelse. Stabilitet kan også defineres som den motstand skipet yter mot rulling eller krengebevegelse.



MÅL

Etter å ha studert dette kapitlet skal du:

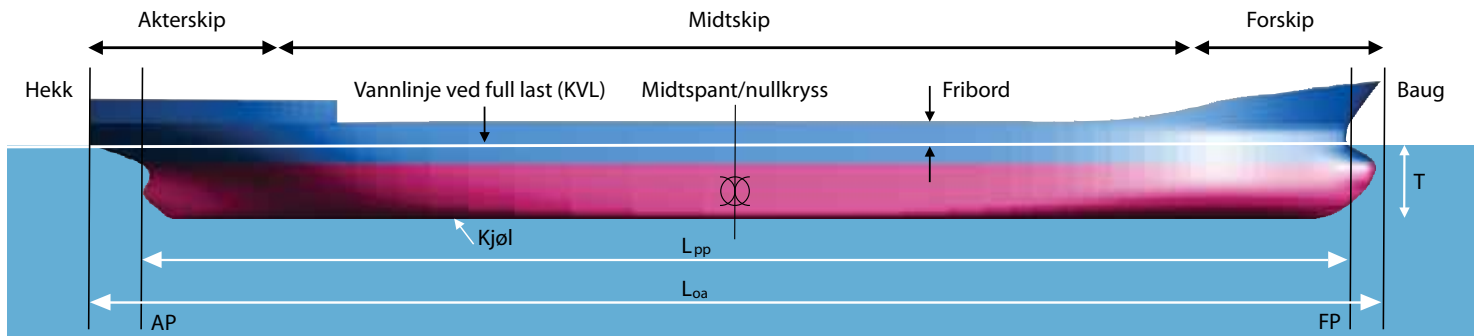
- ha en oversikt over sentrale begreper for å beskrive skroget til et skip
- forstå en linjetegning
- beherske grunnleggende hydrostatikk
- forklare betydningen av metasenter
- forklare hva som skjer ved store krengevinkler
- vite hva som skjer dersom vi får vann på dekk
- forklare betydningen av tyngdepunktets beliggenhet på et skip

Undringsoppgave:

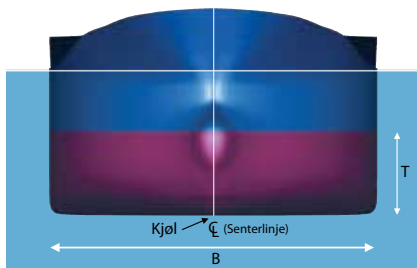
- Nedenfor er gitt tre forskjellige måter for å beskrive at et skip har god stabilitet. Alle er riktige, men hvilken synes du er best pedagogisk sett ?
- Stor evne til å rette seg opp igjen etter krengeing
 - Stor evne til å motsette seg krengebevegelse
 - Stor treghet overfor en krengebevegelse

Skipets hoveddimensjoner

Et skip kan ha mange former. For å kunne regne stabilitet ol. er det nødvendig med størrelser som representerer skipets form.



Viktige størrelser, begreper og symboler :



Skipet sett forfra

L_{oa} – Lengde overalt, angir skipets totale lengde

L_{pp} – Lengde mellom perpendikulærene

KVL – Konstruksjonsvannlinjen, vannlinjen ved full last

AP – Aktre perpendikulær, vertikal linje gjennom rorstammens senterlinje

FP – Forre perpendikulær, vertikal linje gjennom KVLs forreste punkt. Midtspantet – midt mellom FP og AP, kalles også nullkryss

B – Største bredde

T – Dypgang, kan også betegnes som D

LCB = Langskips plassering av oppdriftspunkt målt fra AP

LCG = Langskips plassering av tyngdepunkt målt fra AP

VCG = Vertikal plassering av tyngdepunkt målt fra kjølen (punkt K)

∇ = Volumdeplasement [m^3], volum av fortrengt væskemengde

Δ = Vektdeplasement [tonn], skipets vekt (masse) bør helst kalles massedeplasement

Wls = Lettskipsvekt [tonn], vekten (massen) av skipet uten last av noen art

Dwt = Dødvekt [tonn], skipets maksimale lasteevne

Forholdstall som har betydning for motstand og sjøegenskaper og ofte inngår i beregninger av for eksempel motstand.:

Blokkoeffisient = $C_b = \nabla / (L_{pp} \cdot B \cdot T)$

Slankhet = L_{pp}/B

I denne boka bruker vi ordet tyngde når vi tenker på en kraft (N), og vekt når vi tenker på en masse (kg og tonn) Ordet vekt brukes i stedet for masse fordi det er fullstendig innarbeidet i skipsterminologien fra gammelt av og dermed er vanskelig å forandre

Eksempler på berømte norskbygde skip med god stabilitet og gode sjøegenskaper

Gokstadskipet. Vikingskipene hadde en forbausende god sjødyktighet. De var lette og elastiske, kunne både seiles og ros med stor fart og gjorde i sin tid Norge til en stormakt på sjøen i store deler av Europa. Hoveddimensjoner: $L_{oa} = 23,8$ m, $B = 5,2$ m, $T = 0,85$ m, fribord = 1,1 m, $Wls = 20,2$ tonn, hastighet = 12 knop.



Seilskuten Colin Archer (1893) var opprinnelig bygd som ei skute for Redningselskapet, designet av nordmannen Colin Archer. Mange regner dette som en av de beste seilbåtdesignene som noen gang er laget. Dette på bakgrunn av stabilitet, sjødyktighet, manøvrerbarhet og toleranse for vann på dekk. Særlig var stabiliteten suveren. Hoveddimensjoner: $L_{oa} = 13,95$ m, $B = 4,66$ m, $T = 2,25$ m.



Hurtigruteskipet MS Richard With

Hurtigruten Bergen–Kirkenes–Bergen er enestående også i internasjonal sammenheng. Til sammen 11 skip seiler rundturer og bruker litt mer enn 5 døgn hver vei. Hver dag, hele året og i all slags vær, er disse skipene enten på vei oppover eller nedover langs Norges værharde kyst med gods og passasjerer. Hoveddimensjoner for det viste skipet (oppkalt etter rutens grunnlegger): $L_{oa} 121,3$ m, $B = 19,2$ m, $T = 4,7$ m, $Dwt = 930$ tonn, hastighet = 18 knop.



Undringsoppgave:

Bestem slankheten for de tre skipene ovenfor (sett $L_{pp} = L_{oa}$). Hva slags betydning tror du slankheten har for et skips stabilitet og for dets motstand mot framdrift?

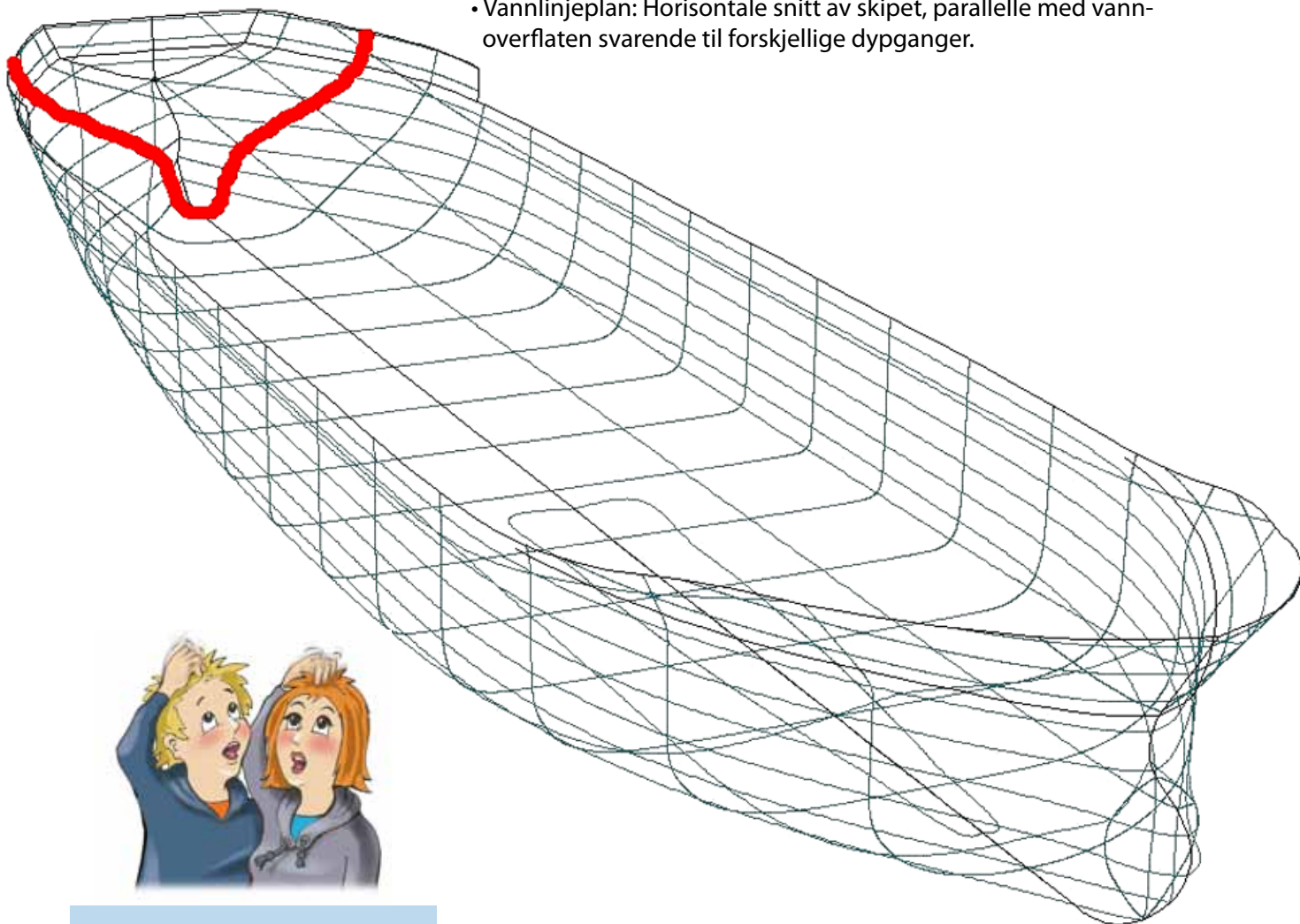
Linjetegninger

Skipet som er avbildet her og på neste side, finner du igjen i programpakken "Freeship". Her er skipet kalt "FREE! ship demo 5".

Skipskonstruktører benytter mange slags tegninger for å beskrive skipet. De viktigste er linjetegninger, arrangementstegninger, skrogtegninger og systemtegninger.

Vi skal konsentrere oss om linjetegningene. Den beskriver skrogets form, som er avgjørende for stabiliteten. Linjetegningene består av:

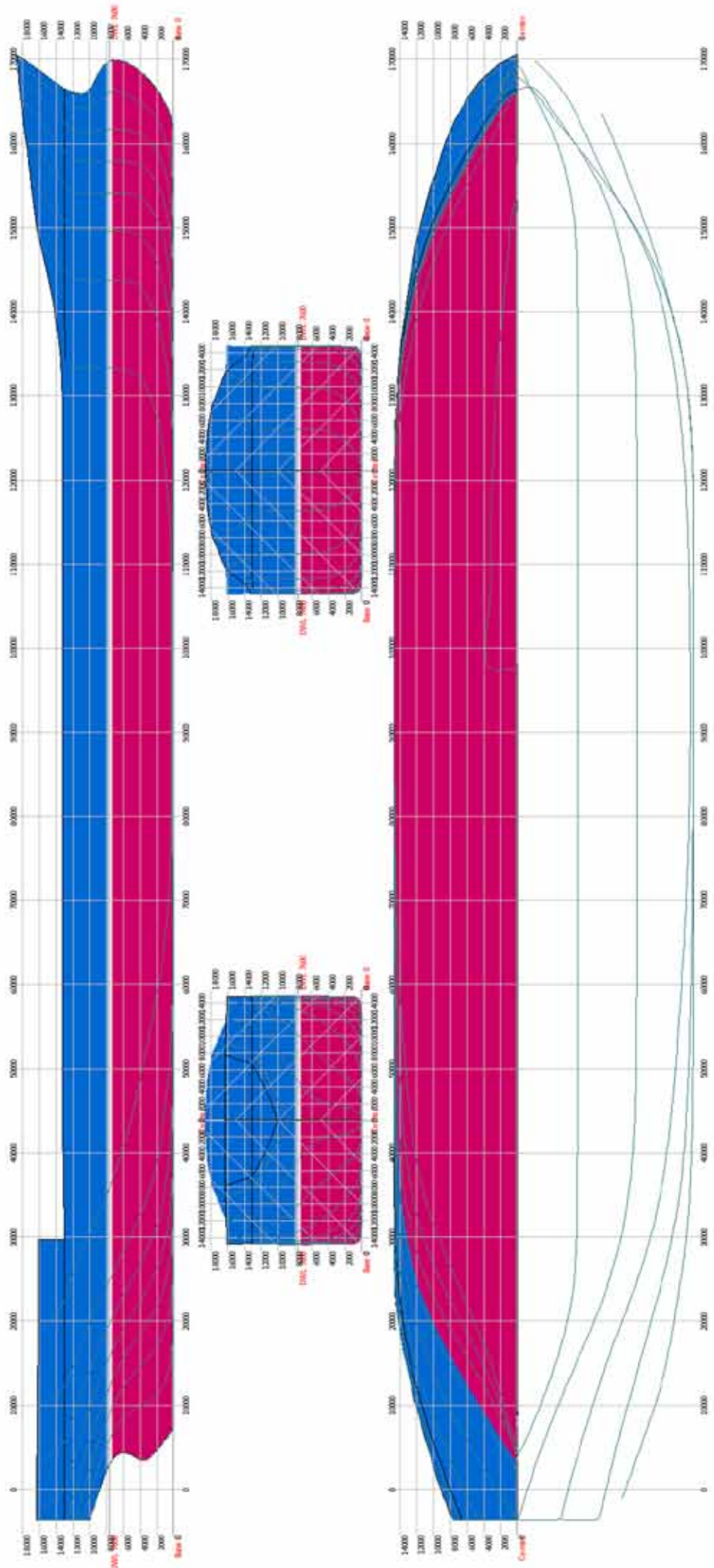
- Profil (også kalt oppriss) : Lengdesnitt av skipet sett fra siden (baugen mot høyre)
- Spanteriss: Tverrsnitt av skipet sett bakfra og forfra
- Vannlinjeplan: Horisontale snitt av skipet, parallellt med vannoverflaten svarende til forskjellige dypganger.



Undringsoppgave:

I perspektivtegningen over er det tegnet inn et spant. Kan du finne igjen samme spant i linjetegningene? Marker hvordan spantet vises i disse.

Figuren på neste side er hentet fra programmet "Freeship". De grønne/blå linjene er selve linjetegningen. De grå strekene er hjelpelinjer. Det er satt på noen tall for å vise posisjoner. Disse er vanligvis oppgitt i millimeter på tegninger. Perspektivtegning av det samme skipet er vist under.



Grunnlag fra fysikk. Hydrostatikk

Hydrostatisk trykk

Hydrostatikk er læren om trykk i stillestående væske

Trykk er definert som :

$$\text{Trykk} = p = \text{kraft/areal} \quad [\text{Pa} = \text{Pascal} = \text{N/m}^2]$$

Trykk i vann øker med dybden etter følgende formel :

$$p = p_o + \rho \cdot g \cdot h$$

ρ = tetthet = 1025 [kg/m³] for sjøvann, 1000 [kg/m³] for ferskvann

g = tyngdens akselerasjon = 9.81 [m/s²]

h = dybden [m]

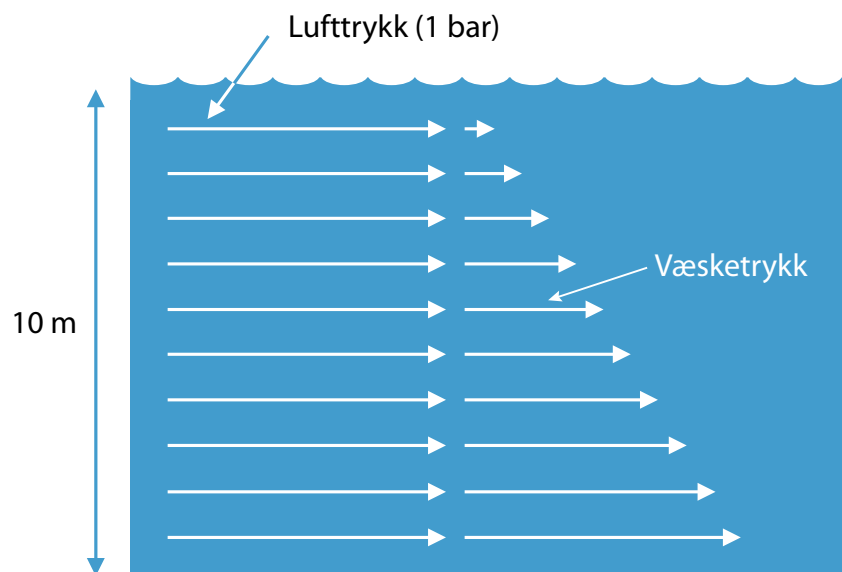
p_o = lufttrykket [Pa] (ofte setter vi dette lik 1 bar = 10⁵ Pa = 100 kPa)



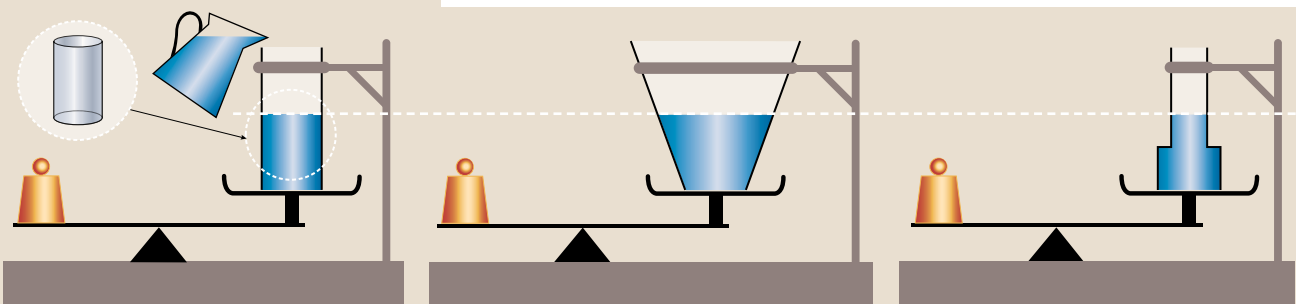
Trykket i en væske vil altså være likt uavhengig av posisjon så lenge høyden er den samme. Dette forutsetter at væsken er i ro, og kalles Pascals lov.

Undringsoppgave:

På figuren nederst sørger loddet for at skålen blir presset opp og tetter. Alle de tre "glass-rørene" har samme åpnings-diameter nederst. Vann begynner å lekke ut ved en viss vannstand. Vil denne vannstanden være forskjellig for de tre tilfellene? Begrunn svaret.



Væsketrykk øker med dybden. På 10 m dybde er trykket økt fra 1 bar ved overflaten, til 2 bar.



Arkimedes lov

Oppdriften av et legeme i vann er lik tyngden av det fortrenkte vannet.

Oppdriften er altså en kraft. Den angriper i oppdriftssenteret (se side 10).

Et skip som sjøsettes, vil derfor synke nedover helt til tyngden av det fortrenkte vannet er lik tyngden av skipet.

Vi ser på en isoporbit som er holdt under vann.

Målene på isoporstykket er : Lengde L, bredde B og dypgående T.

Vi ser på et tverrsnitt av isoporbiten.

Trykk på undersiden : $p_0 + \rho \cdot g \cdot h$

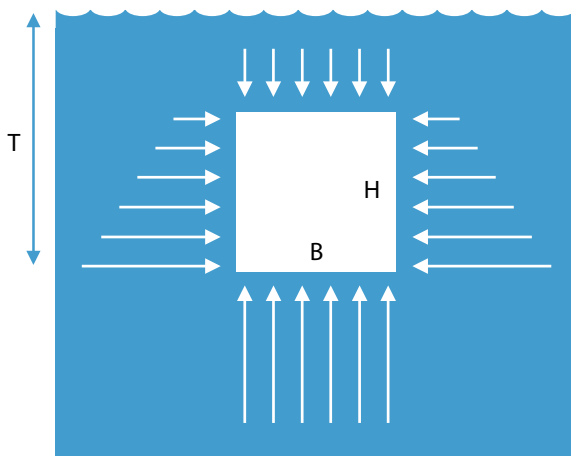
Trykk på oversiden : $p_0 + \rho \cdot g \cdot (T-H)$

Kraft på undersiden : $F_u = B \cdot L \cdot (p_0 + \rho \cdot g \cdot T)$

Kraft på oversiden : $F_o = B \cdot L \cdot (p_0 + \rho \cdot g \cdot (T-H))$

Netto kraft oppover : $F_{\text{oppdrift}} = F_u - F_o = B \cdot L \cdot H \cdot \rho \cdot g$

$B \cdot L \cdot H$ er volumet av fortrenkt masse. Når vi multipliserer med $\rho \cdot g$, får vi oppdriften, som nettopp er det Arkimedes lov uttrykker.



Trykk på et legeme som holdes under vann

For et legeme som flyter med dypgang T, gjelder:

Oppdrift = tyngde

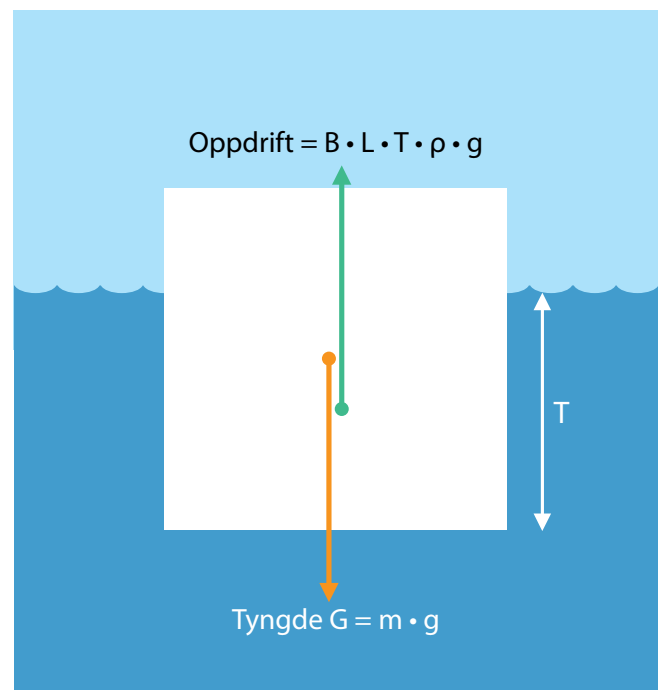
$$B \cdot L \cdot T \cdot \rho \cdot g = m \cdot g$$

og

$$\nabla \cdot \rho = \Delta$$

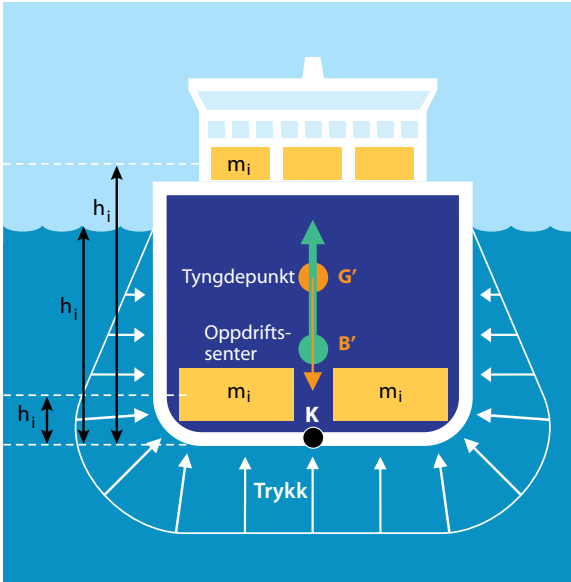
Volumdeplasement \cdot tetthet

= vektdeplasement (massedeplasement).



**Arkimedes lov:
Tyngde og oppdrift balanserer**

Tyngdepunkt og oppdriftssenter



Plassering av tyngdepunktet og oppdriftssenteret er av stor betydning for skipets stabilitet.

Bestemmelse av tyngdepunktet

Tyngdepunkt (G') = det punkt hvor vi kan samle hele skipets tyngde og samtidig opprettholde dets egenskaper = massesenter

Oppdriftssenter (B') = det punkt hvor vi kan samle hele skipets oppdrift og samtidig opprettholde skipets egenskaper = volumsenter av skrog under vann

Vi ser først på hvordan vi kan beregne hvor høyt tyngdepunktet G' blir liggende i et skip, uttrykt ved hjelp av avstanden KG' , se figur. Siden tyngde alltid kan uttrykkes som masse multiplisert med tyngdeakselerasjon, kan vi like gjerne regne direkte med masser som med tyngder. Vi deler derfor skipets masser opp i hensiktsmessige delmasser (m_i) og finner hvor høyt hver delmasse ligger, uttrykt som avstand langs den vertikale linjen gjennom punktet K (h_i).

Da kan massesenterets høydebeliggenhet i skipet (KG') beregnes av:

$$KG' \cdot \sum(m_i) = \sum(h_i \cdot m_i)$$

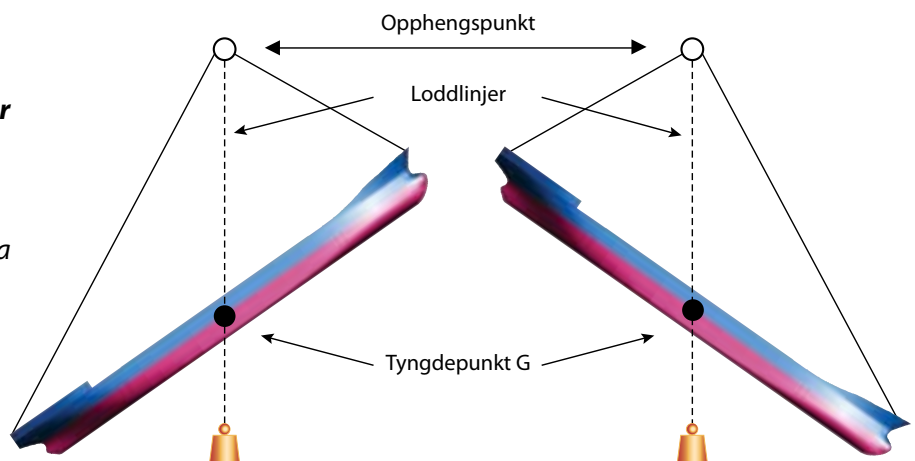
Likningen over kan enkelt utledes ved å tenke seg skipet dreid 90° om momentaksen (horisontal, langsgående akse gjennom K) og se på de momenter som tyngden av de enkelte delmomenter gir om denne aksen. Moment blir definert som på side 12.

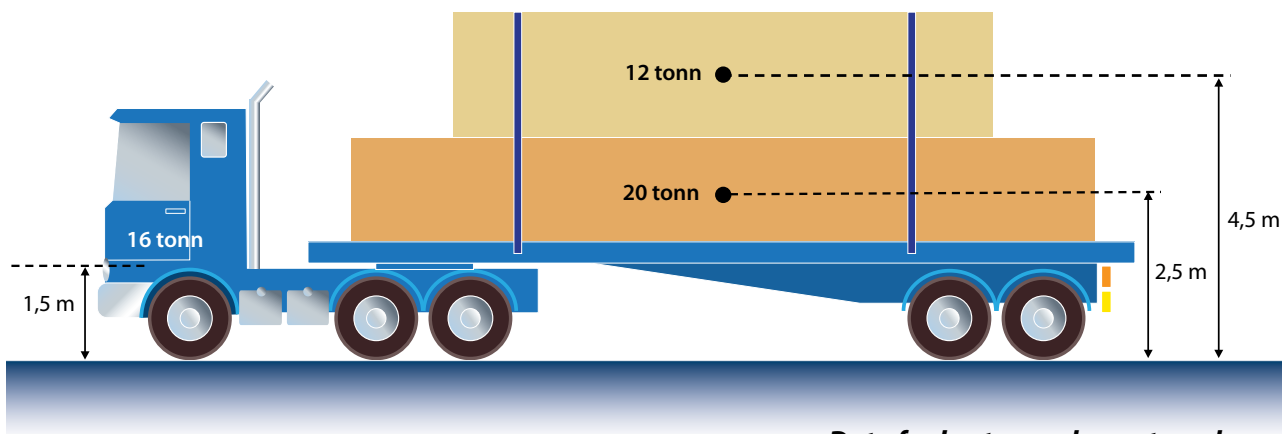
Beliggenheten av tyngdepunktet for nye skip forlanges alltid bestemt ved hjelp av såkalt krengeprøve. Se oppgave 2.24.

Det kan også være aktuelt å bestemme beliggenheten av et tyngdepunkt eksperimentelt, se figur. Dersom vi henger opp en modell av et skip i snorer som vist, vil tyngdepunktet alltid ligge rett under opphengspunktet. Ellers ville vi fått et moment som rettet opp modellen. Dermed kan vi bruke skjæringspunktet mellom loddlinjene til å finne hvor tyngdepunktet ligger.

Bestemmelse av tyngdepunkt for en skipsmodell

Modellen henges opp i to skråstillinger som vist på figuren. Ved hjelp av lodd og inntegning av loddsnora på modellens sideflate i begge situasjonene, vil tyngdepunktets beliggenhet framkomme som et kryss.





Data for bestemmelse av tyngdepunktets beliggenhet for lastebil

Eksempler

Eksempel 2.1. Beregning av tyngdepunkt/massesenter

Tore Tøff kjører lastebilen sin inn på et fergedekk. Vi skal finne hvor høyt lastebilens massesenter ligger over dekket. Vi kaller denne avstanden DG' . Vi benytter tyngdepunktsatsen, som vist på forrige side :

$$DG' = \frac{\sum (h_i \cdot m_i)}{\sum (m_i)} = \frac{1,5 \text{ m} \cdot 16 \text{ tonn} + 2,5 \text{ m} \cdot 20 \text{ tonn} + 4,5 \text{ m} \cdot 12 \text{ tonn}}{16 + 20 + 12} \text{ tonn} = 2,67 \text{ m}$$

Eksempel 2.2. Beregning av KG' og KB' :

Geir Grei sitter på flåten sin. Den er laget av isopor og har målene $L=1,2 \text{ m}$, $B=0,8 \text{ m}$ og $H=0,2 \text{ m}$. Isoporen veier 5 kg . Geir veier 53 kg . Når han sitter, vil Geirs tyngdepunkt ligge $0,4 \text{ m}$ over flåten. KG' blir nå:

$$KG' = \frac{5 \text{ kg} \cdot 1 \text{ dm} + 53 \text{ kg} \cdot (2 \text{ dm} + 4 \text{ dm})}{5 \text{ kg} + 53 \text{ kg}} = 5,6 \text{ dm}$$

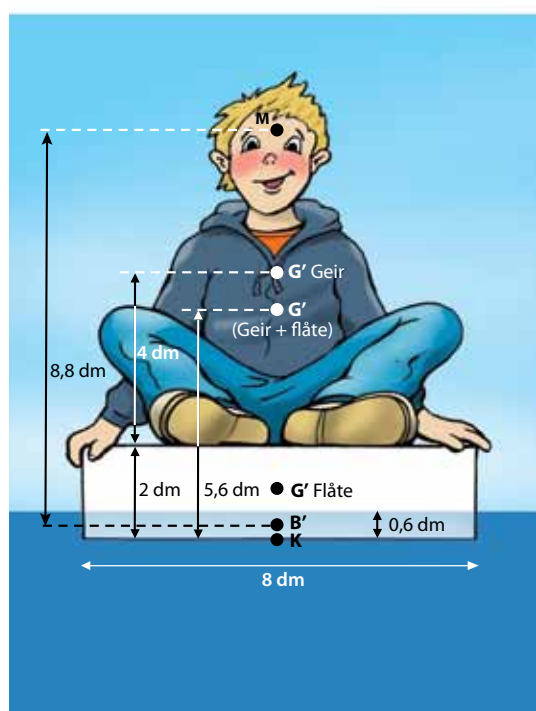
Vi kan bestemme avstanden til oppdriftssenteret KB' slik:

Dypgang T :

$$T = \frac{(5 \text{ kg} + 53 \text{ kg}) \cdot g}{L \cdot B \cdot \rho \cdot g} = 0,6 \text{ dm}$$

Siden flåten er utformet som et prisme, vil oppdriftssenteret, B' , ligge slik at :

$$KB' = 0,6 \text{ dm} / 2 = 0,3 \text{ dm}$$



Data for bestemmelse av beliggenhet til tyngdepunkt og oppdriftssenter for Geir + flåte.



Undringsoppgave:

Bokstaven B brukes ofte for oppdrift og B' for oppdriftssenter. Hvorfor velges bokstaven B så ofte i forbindelse med oppdrift?

Tverrskipsstabilitet

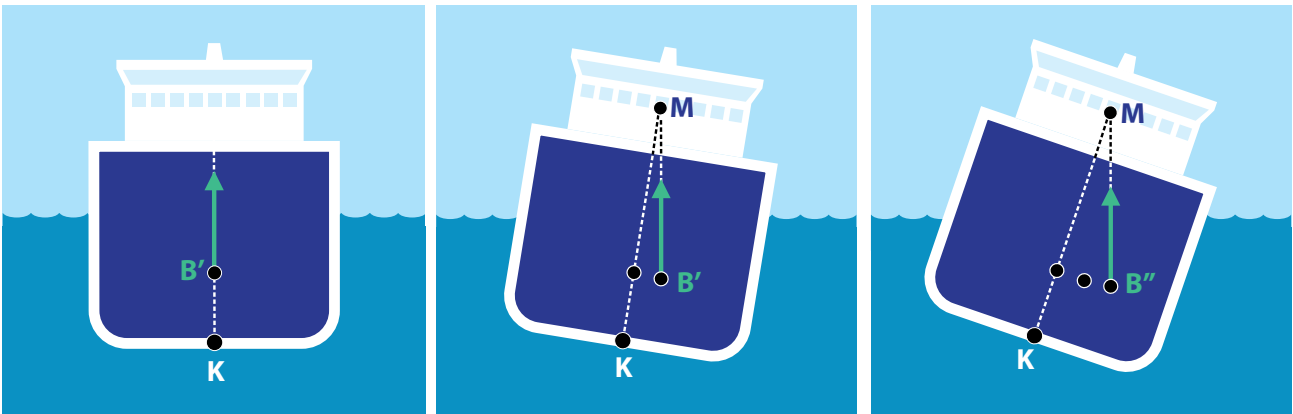
To sentrale begrep:

Metasenter (M) = punkt som oppdriften B alltid virker gjennom

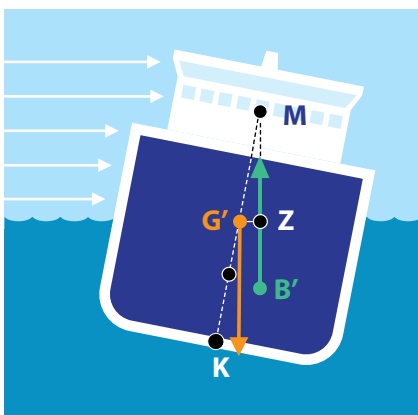
Moment $M_d = \text{“dreiekraft”} = \text{kraft} \cdot \text{arm}$

Med arm mener vi den vinkelrette avstanden mellom oppdriftens retning og den akse skipet dreier seg om.

La oss studere et snitt av et skip. Når skipet krenger, vil oppdriftspunktet flytte seg:



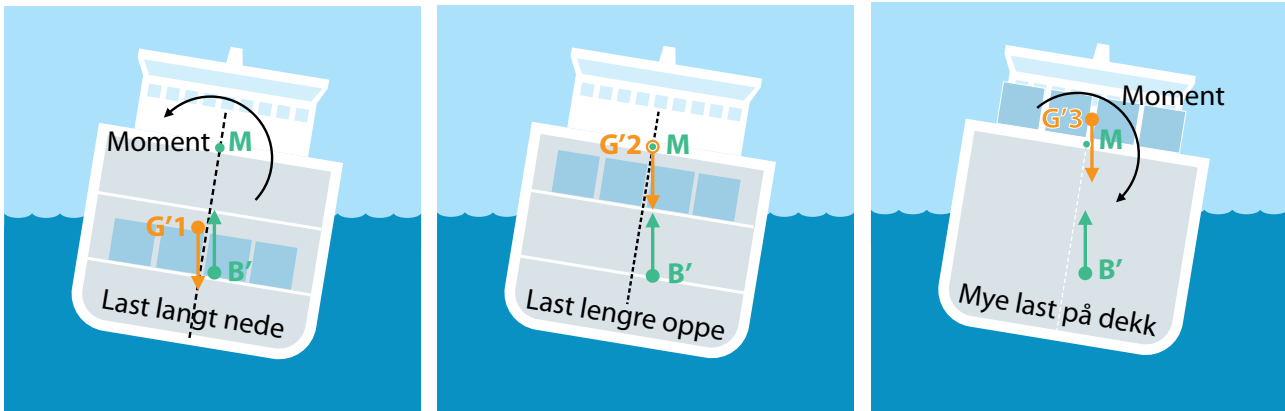
Vi ser at oppdriftskraften virker gjennom det samme punktet M, som kalles metasenteret. Dette gjelder kun så lenge krengevinkelen er liten (typisk mindre enn 10°).



Skipet kan krenge av mange årsaker, for eksempel lastforskyving eller sidevind. Figurene over og til venstre illustrerer kreftene som er med i spillet. Tyngdepunktet er på samme plass, mens oppdrifts-senterets plassering endrer seg som illustrert. Sammen danner disse kreftene et opprettende moment. Størrelsen på momentet er avhengig av den horisontale avstanden $G'Z$, som også blir kalt opprettende arm. Stor $G'Z$ gir god stabilitet.

Viktig lov om stabilitet

Nå vet vi altså at oppdriften alltid virker gjennom metasenteret. La skipet rulle med klokken. Vi ser på hva som skjer ved tre forskjellige plasseringer av tyngdepunktet G' :



Dersom tyngdepunktet G' ligger i $G'1$, gir oppdriften et opprettende moment.

Dersom tyngdepunktet G' ligger i $G'2$, gir oppdriften null moment (labil situasjon).

Dersom tyngdepunktet G' ligger i $G'3$ (mye tung last på dekk), gir oppdriften et veltende moment.

Vi kan dermed fastslå kriteriet for at skipet skal være stabilt:

$$G'M > 0$$

Eller med andre ord:

Tyngdepunktet (G') for skipet må ligge lavere enn metasenteret (M).



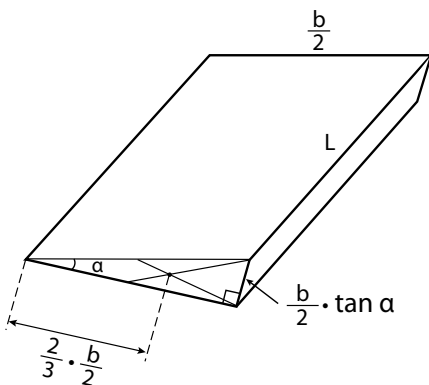
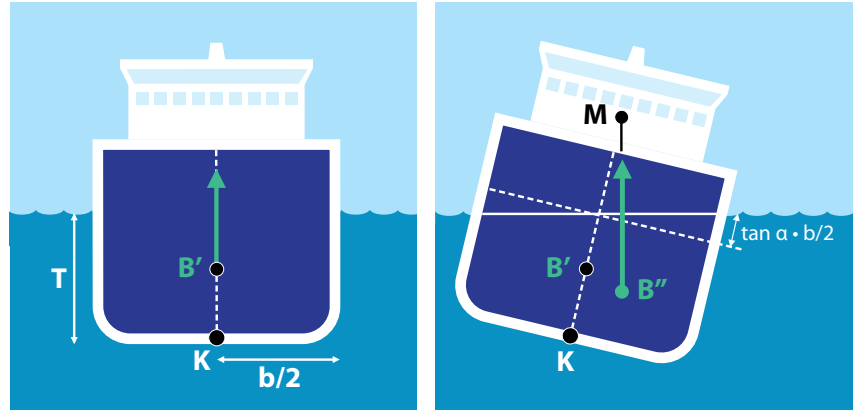
Undringsoppgave:

Hvordan er stabiliteten for en katamaran i forhold til et konvensjonelt skip? Begrunn svaret.

Grunnlag for beregning av metasenterhøyde

Bestemmelse av metasenterhøyde

B' og B'' : Oppdriftssentre



Neddykket kile

Et slikt legeme kan også kalles *prisme*. Planet i vannflaten er et rektangel

Bestemmelse av arealtrehetsmoment

La oss se på situasjonene over, hvor skipet har fått en krenningsvinkel. Etter krengingen dannes to langsgående kiler, en neddykket og en frilagt. Disse gir et opprettende moment.

$$M_d = 2 \cdot \text{arm} \cdot \text{kraft}$$

To-tallet kommer av at vi har to kiler som virker i samme rotasjonsretning.

Med kraft mener vi her oppdriften fra den høyre kilen

$$\begin{aligned} \text{arm} &= \text{horisontal avstand fra rotasjonssenter til kraftretningen} \\ &\quad \text{gjennom arealsenteret til kilen} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{b}{2}\right), \text{ se oppgave 20.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{kraft} &= \text{oppdrift fra hver kile} = \text{volum} \cdot \rho \cdot g \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right) \cdot \left(\frac{b}{2}\right) \cdot \tan(\alpha) \cdot L \cdot \rho \cdot g \end{aligned}$$

Vi setter inn i momentlikningaen øverst. og får:

$$M_d = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \tan \alpha \cdot L \cdot \rho \cdot g = \frac{1}{12} b^3 \cdot L \cdot \rho \cdot \tan \alpha \cdot g$$

Vi kan også regne opprettende moment ved å se på endret posisjon for oppdriftssenteret :

$$M = \text{arm} \cdot \text{kraft}$$

Arm = horisontal avstand mellom B' og oppdriftens retning = $B' M \cdot \tan \alpha$

Kraft = oppdrift for hele legemet = $b \cdot L \cdot T \cdot \rho \cdot g$

Vi setter inn og får :

$$M_d = B' M \cdot \tan \alpha \cdot b \cdot L \cdot T \cdot \rho \cdot g$$

Bestemmelse av metasenterhøyden

Dersom vi nå setter de to uttrykkene for M_d lik hverandre, ender vi opp med følgende uttrykk for metasenterhøyden :

$$B'M = \frac{b^3 \cdot L}{12 \cdot b \cdot L \cdot T} = \frac{b^3 \cdot L}{12} \cdot \frac{1}{\nabla} = \frac{\text{arealreghetsmoment}}{\text{volumdeplasement}} = \frac{I}{\nabla}$$

$I = b^3 L / 12$ er en størrelse som kalles arealreghetsmoment. Uttrykket gjelder for et rektangel, og vi har her forutsatt at neddykket del av skipet er et prisme, slik at vannlinjeplanet blir et rektangel.

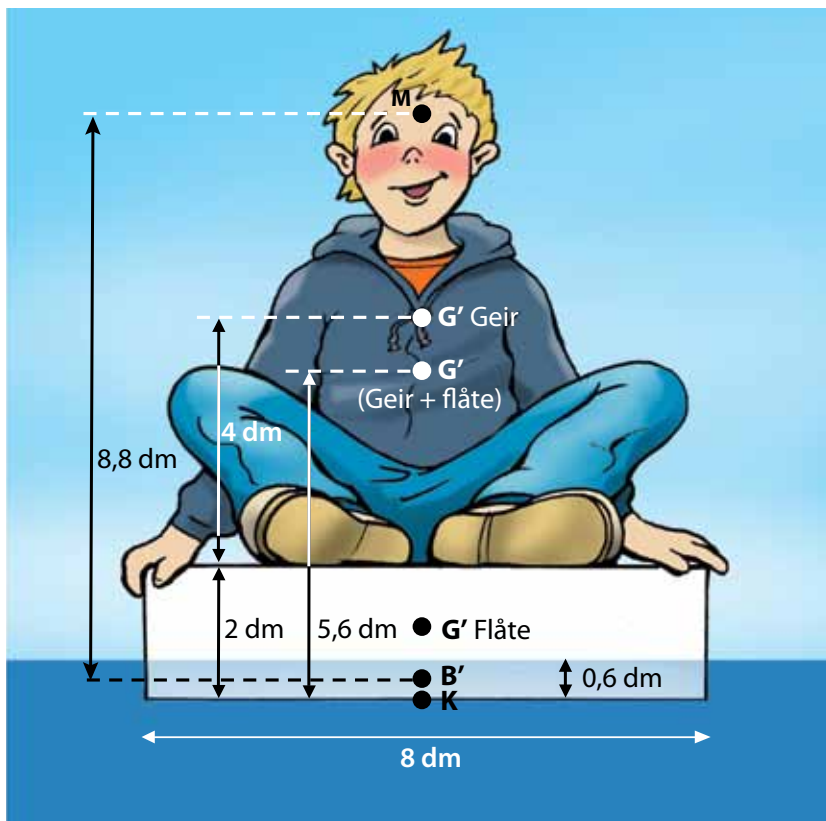
Eksempel 2.3 Beregning av metasenterhøyde for Geir på flåte:

På side 2.11 har vi regnet ut at volumdeplasementet for flåten med Geir var 58 dm^3 . Med en bredde på flåten $b = 8 \text{ dm}$ og en lengde $L = 12 \text{ dm}$, ble dypgangen for flåten $T = 0.6 \text{ dm}$. Beliggenheten av metasenteret kan beregnes slik:

$$\text{Arealreghetsmoment} = L \cdot b^3 / 12 = 12 \text{ dm} \cdot (8 \text{ dm})^3 / 12 = 512 \text{ dm}^4$$

$$\text{Metasenterhøyde BM} = 512 \text{ dm}^4 / (58 \text{ dm}^3) = 8.8 \text{ dm}$$

Siden tyngdepunktet for flåten med gutt ligger $5.6 \text{ dm} - 0.3 \text{ dm} = 5.3 \text{ dm}$ over oppdriftssenteret, skjønner vi at stabiliteten er tilfredsstillende. Avstanden GM er positiv og blir $8.8 \text{ dm} - 5.3 \text{ dm} = 3.5 \text{ dm}$. Forholdene er illustrert i figuren under.



Undringsoppgave:

Geir har blitt interessert i å undersøke fenomenet stabilitet nærmere. Han har også en annen flåte av isopor med samme lengde og tykkelse, men med en bredde $b = 5 \text{ dm}$. Han prøver å sette seg forsiktig på denne. Går det bra?

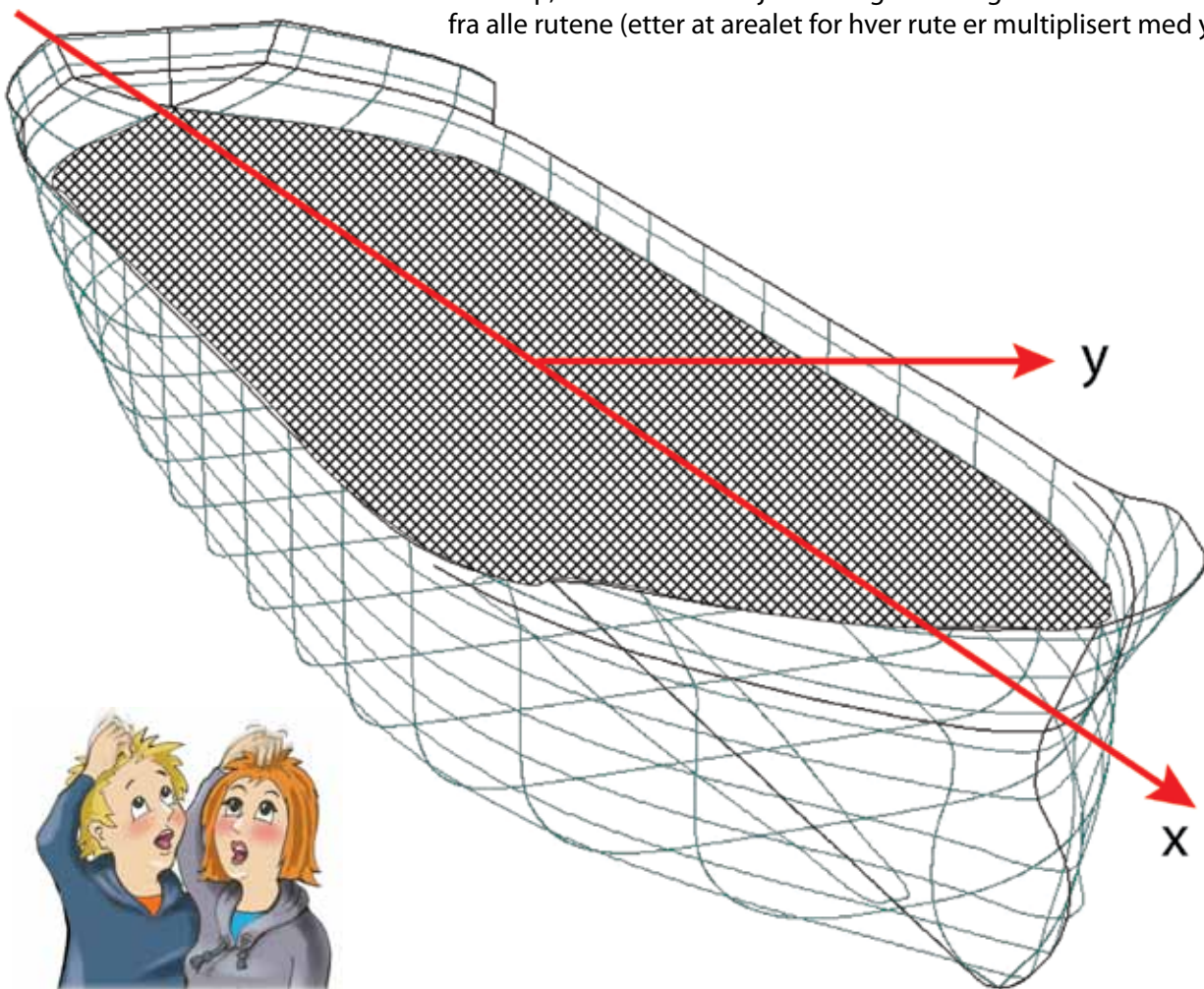
Beregning av metasenterhøyde for et skip

Beregning av arealreghetsmomentet

Arealreghetsmomentet regner vi som: $I = I_x = \int y^2 da$.

Vi skriver I_x fordi vi regner momentet om x-aksen (som går i skipets lengderetning mens y peker ut til siden).

Arealreghetsmomentet I er en størrelse som du kan regne ut for enkle geometriske former. Foran er dette gjort for et rektangel. For skip som har en kompleks vannlinje, må vi ha hjelp av datamaskin for å regne arealreghetsmoment. Datamaskinprogrammer, som f.eks. Freeship, kan dele vannlinjen i mange ruter og så summere bidrag fra alle rutene (etter at arealet for hver rute er multiplisert med y^2).



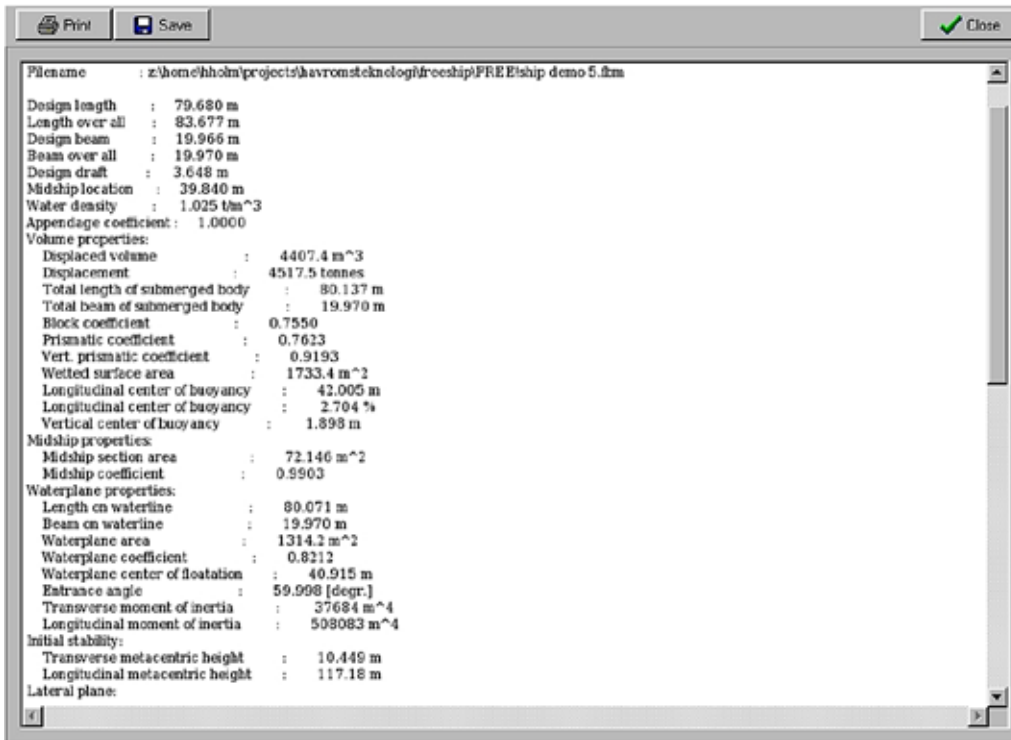
Undringsoppgave:

På side 2-3 har vi påpekt at et skip har god stabilitet dersom det har stor evne til å rette seg opp igjen etter krenning. Denne evnen bestemmes først og fremst av hvor stort arealreghetsmoment ($I_x = \int y^2 \cdot da$) skipet har i vannplanet. Forklar med ord:

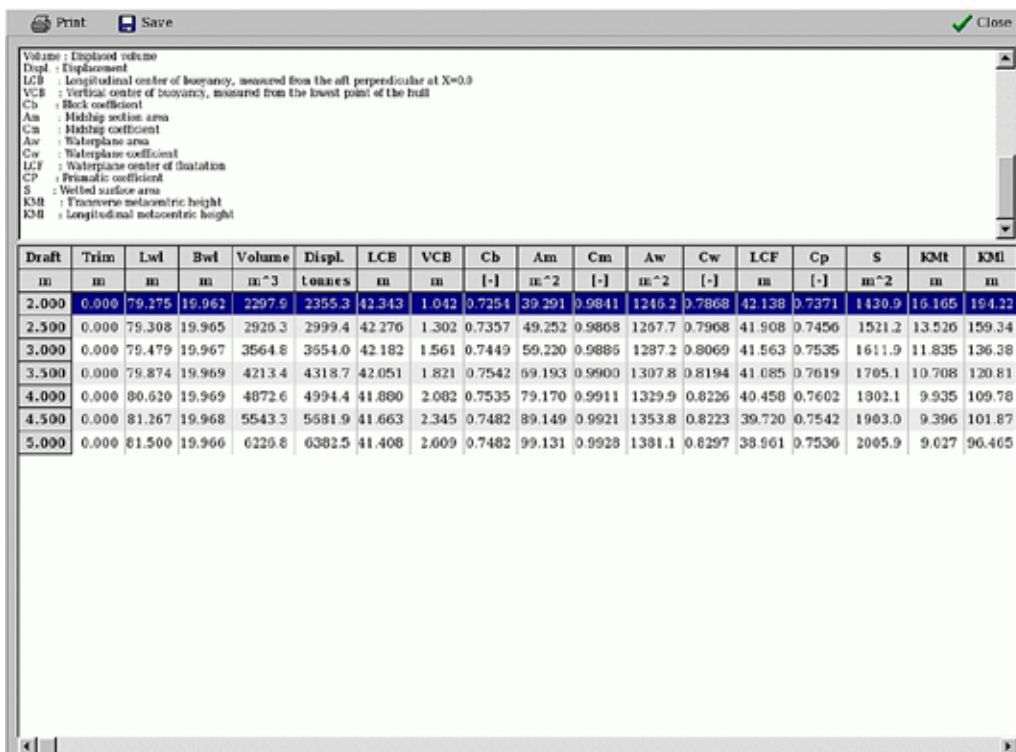
- 1 - Hvorfor det er dimensjonene akkurat i vannplanet som er av betydning.
- 2 - Hvorfor dimensjonene på tvers av skipet kommer inn i 2. potens, altså som y^2 og ikke bare som y .

Rapportering av hydrostatiske størrelser fra dataprogrammet "Freeship"

I "Freeship" kan vi få to rapporter om hydrostatiske størrelser

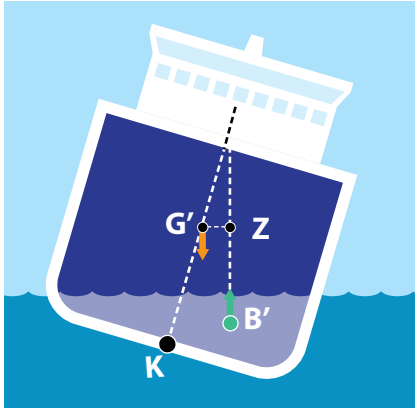


Vi kan klikke "Calculations->Design hydrostatics". Eksempel på output har vi på figuren under. Dette er for en bestemt "design dypgang". Langt nede ser vi "transverse metacentric height". Dette er metasenterhøyden som vi har omtalt.



Dersom vi klikker "Calculations->Hydrostatics", får vi opp hydrostatiske verdier for forskjellige dypganger. Langt til høyre ser vi en kolonne merket "KMT". Dette er samme størrelse – avstanden fra kjøll til metasenteret.

Stabilitet ved store krengevinkler



Opprettende moment

Hittil har vi tatt for oss stabilitet som er gyldig ved små krengevinkler. Ved store krengevinkler ($>10^\circ$) finnes det ikke noe punkt som oppdriften alltid virker gjennom. Ved store krengevinkler benytter vi i stedet armen GZ til å angi stabilitet. Oppdriften virker nå gjennom et "falskt" metasenter, Mf. Plasseringen av Mf vil være avhengig av krengevinkelen.

Armen G'Z beskriver det opprettende momentet fra oppdrift. Denne er en funksjon av krengevinkelen. Myndighetene krever at GZ-kurve skal være tilgjengelig for alle skip.

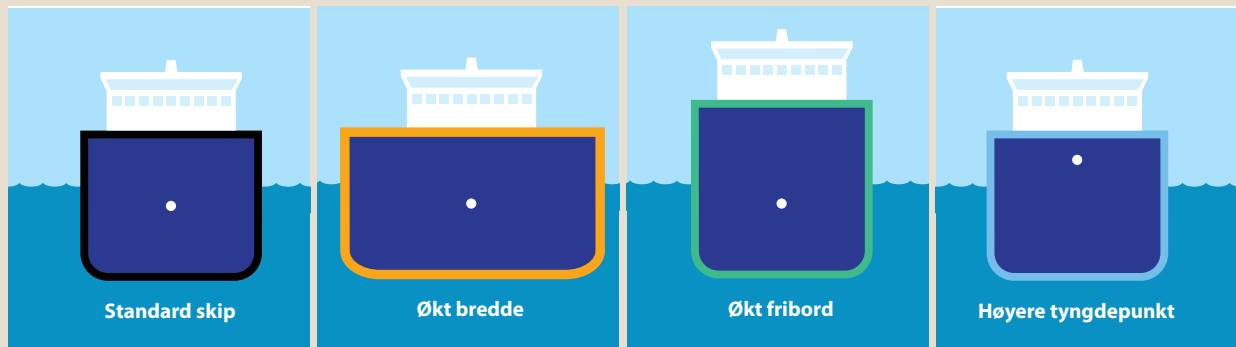
$$\text{Fartøyet's tyngde} = \text{fartøyet's oppdrift} = \Delta \cdot g = \nabla \cdot \rho \cdot g$$

Opprettende moment

$$M_d = \nabla \cdot \rho \cdot GZ \cdot g$$

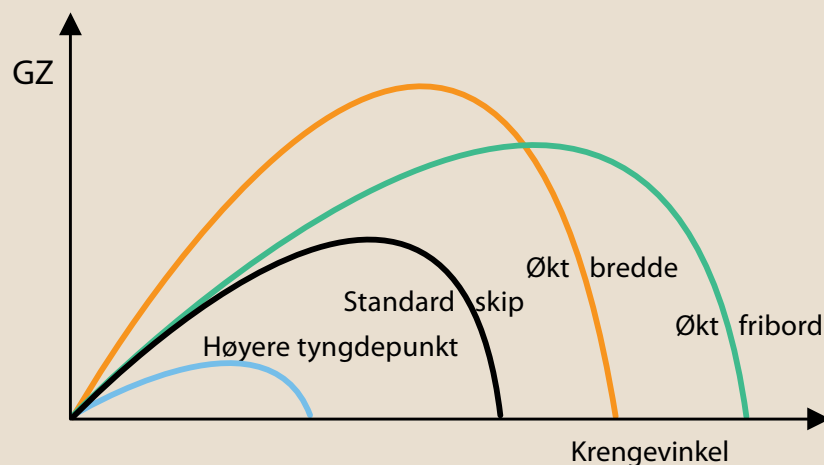
Oppdriften går ikke gjennom metasenteret ved store krengevinkler. Da bruker vi gjerne armen for det opprettede momentet G'Z når vi skal analysere stabiliteten.

En GZ-kurve er avhengig av skipets form og kan se ut som på figuren under :



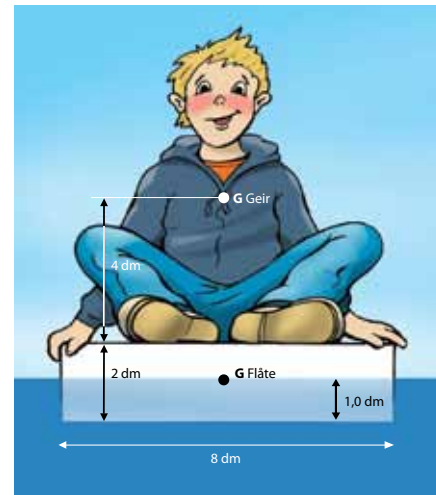
Eksempler på GZ-kurver

For fiskebåter og større skip setter myndighetene krav til størrelsen på arealet under G'Z-kurven.



Bruk av trykkforhold til bestemmelse av armen G'Z

Bruk av trykk som virker på et neddykket legeme, er ofte en fin metode for bestemmelse av armen G'Z. Hvordan dette kan gjøres, framgår av eksemplet nedenfor. Aller først skal vi imidlertid peke på at det generelt alltid er fullt mulig å bruke de trykk som påvirker neddykkede deler av et legeme, til å bestemme oppdrift og beliggenhet av legemets oppdriftssenter. Dette sier seg egentlig selv siden det er sammensetning av vanntrykk som jo er grunnlaget for Arkimedes' lov. Denne metoden er derfor ofte grei å benytte også når vi skal analysere stabiliteten av andre legemer enn skip, for eksempel undervannskonstruksjoner og rørledninger. Nedenfor skal vi anvende metoden på den flåten som vi ofte har brukt som eksempel tidligere i dette kapitlet.



Eksempel 2.4. GZ-arm for flåte ved stor krengevinkel. Det vises til eksemplene 2.2 og 2.3 på sidene 2-11 og 2-15. Geir vil ta med 38 kg last på flåten og plasserer denne bak ryggen sin. Han finner fram til en posisjon både for lasten og seg selv som gjør at flåten flyter horisontalt både på langs og tvers når han sitter rolig.

- Bestem ny oppdrift og dypgang for flåten i horisontal stilling. Vis at systemets tyngdepunkt blir liggende 4,5 dm over bunnen i horisontal stilling og at maksimal krengevinkel er 14° når Geir vil unngå å få vann på "dekket".
- Bestem armen GZ ved en krengevinkel på 14° ved først å bestemme trykkene og de krefter som disse gir på neddykkede flater. Deretter finnes oppdrift og oppdriftssenter ved å sette sammen kreftene. Armen GZ kan beregnes, men finnes enklere ved utmåling på en figur. Lag en slik figur og bestem også opprettende moment.
- Hva kan vi si om stabiliteten til flåtesystemet?

Geir har tatt med 38 kg last på flåten, bak ryggen. Dette senker metasenterhøyden fra 8,8 dm til $BM = 5,3$ dm (ved små krengevinkler). Systemets tyngdepunkt ligger slik at $BG'_{Syst} = 3,5$ dm. Ved små krengevinkler tilfredsstilles hovedkravet til stabilitet, men vi bør sjekke denne også for større krengevinkler, se beregning av armen GZ i eksempel. Aktuell vinkel settes lik 14° , da er $\tan = 2/8 = 0,25$, $\cos = 0,97$.

Løsninger:

a) Massedeplassment = $53 \text{ kg} + 5 \text{ kg} + 38 \text{ kg} = 96 \text{ kg}$

Dypgang: $T = \frac{\Delta}{B \cdot L \cdot \rho} = \frac{96 \text{ kg}}{8 \text{ dm} \cdot 12 \text{ dm} \cdot 1,0 \text{ kg/dm}^3} = 1,0 \text{ dm}$

Tyngdepunktets høyde over bunnen:

$$KG'_{\text{syst}} = \frac{5 \text{ kg} \cdot 1 \text{ dm} + 53 \text{ kg} \cdot 6 \text{ dm} + 3,8 \text{ kg} \cdot 2,87 \text{ dm}}{(5 + 53 + 38 \text{ kg})} = 4,5 \text{ dm}$$

b) Trykk ved B: $p_B = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,97 = 1900 \text{ Pa}$

Kraft på sideflate: $F_s = \bar{p}_{AB} \cdot A_s = (1900 \text{ Pa} / 2) \cdot (0,2 \cdot 1,2) \text{ m}^2 = 228 \text{ N}$

Kraft på underside: $F_u = \bar{p}_{BC} \cdot A_u = (1900 \text{ Pa} / 2) \cdot 0,8 \cdot 1,2 \text{ m}^2 = 912 \text{ N}$

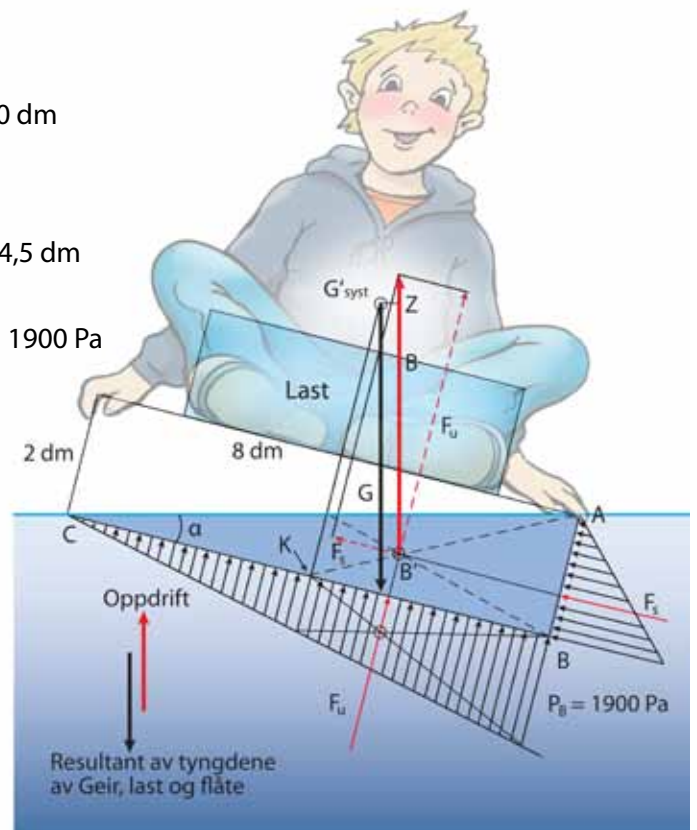
Total oppdrift: $B = \sqrt{228^2 + 912^2} \text{ N} = 940 \text{ N}$

Utmålt: $G'_{\text{syst}}Z = 3,5 \text{ mm} \cdot 10 = 0,035 \text{ m}$

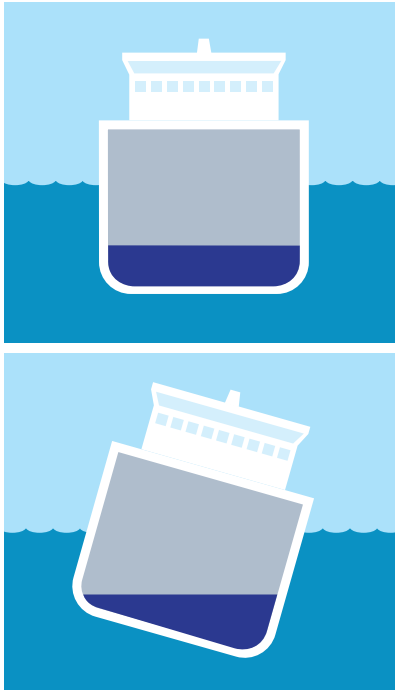
Opprettende moment:

$M_d = B \cdot G'_{\text{syst}}Z = 940 \text{ N} \cdot 0,035 \text{ m} = 33 \text{ Nm}$

- c) Flåten vil nok rette seg opp igjen, men er nå på grensen av hva den tåler av krengeving. Geir må være meget forsiktig.



Effekt av fri overflate



Vann i bunn av skip

La oss tenke oss at det har kommet inn vann på bunnen av et skip. Når skipet krenger, vil dette vannet strømme til det laveste punktet og medvirke til et moment som gir enda større krenging, se figurer.

Vann på dekk, fri væskeflate i tanker

Mange katastrofer til sjøs skyldes vann på dekk. Spesielt utsatt er ferger. Dersom det kommer vann inn på dekket, for eksempel gjennom baugporten, vil stabiliteten forverres. Dersom det opprettes langsgående skott, vil denne effekten reduseres. Det kan vises at metasenteret senkes når vi får vann på dekk. I tillegg vil vannet heve plasseringen av tyngdepunktet. Begge deler vil framgå av eksemplet nedenfor.



I 1994 kantret skipet Estonia i Østersjøen. Vann kom inn gjennom baugporten og destabiliserte skipet. 852 mennesker mistet livet.

Væske i tanker. Effekten av fri væskeoverflate i tanker i et skip påvirker stabiliteten av et skip på samme måte som om vi hadde hevet tyngdepunktet til skipet. Det er arealtregghetsmomentet av fri overflate som teller. Derfor bør store tanker enten deles opp eller utføres med liten bredde i tverskipsretningen, se side 6-21 om inndelingen i tankskip.

Eksempel 2.5. Reduksjon av G`Z-arm forårsaket av fri overflate i vanntank.

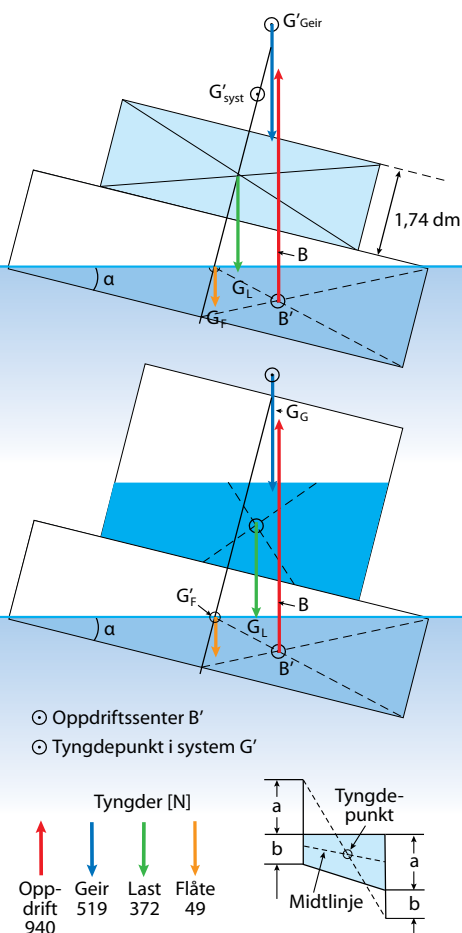
Det vises til eksemplet på side 2-19, hvor lasten var et legeme med masse 38 kg og tetthet 1,0 kg/m³. Denne lasten erstattes nå med en vanntank med 38 kg vann og med samme bredde og lengde som den tidligere lasten hadde (henholdsvis 5,2 og 4,2 dm).

- Lag figurer i passende skala med de to lastene liggende sentralt på flåten.
- Overfør til figurene oppdrift fra eksempel 2.4, samt beliggenhet av oppdriftssenter og samlet tyngdepunkt for hele flåtesystemet.
- G`Z med vanntank blir så liten at den er vanskelig å måle ut, men beskriv hva som har skjedd med tyngdevektoren for lasten når denne er i væskeform. Beskriv også hvordan tyngdevektoren for vannet virker inn på beliggenheten av tyngdepunktet for hele systemet.

Løsninger:

a), b): Se figurer til venstre

c) Ved krenging vil væskevolumet få et trapesformet tverrsnitt, og volumets tyngdepunktet forskyves dermed til høyre. Dette betyr at også resultanten av alle tyngdevektorene i systemet forskyves mot høyre, slik at armen G`Z reduseres. Hvis vi hadde hatt plass til å beregne den nye armen, ville vi sett at den ville vært nesten lik null. Med andre ord er det trolig at Geir ville fått et ufrivillig bad hvis flåten fikk en så stor krengevinkel når den hadde vanntank ombord.



Oppgaver

Generelt kan vi i følgende oppgaver bruke disse tetthetene:

For ferskvann: 1000 kg/m^3 , for sjøvann: 1025 kg/m^3 og for is: 900 kg/m^3

Oppgave 2.1

Hvor mange meter ferskvann og hvor mange meter sjøvann svarer til et lufttrykk på 100 kPa?

Oppgave 2.2

Definer størrelsen trykk og SI-enheten for trykk.

Oppgave 2.3

I et glass som er fylt til randen med vann, flyter det en isbit. Isbiten er av vann. Vil vann renne over når isen smelter? Begrunn svaret.

Oppgave 2.4

Et skip går inn til de store sjøene i Amerika og tar inn last. Så seiler skipet ut i Atlanteren (via de store elevene). Flyter skipet høyere eller lavere når det kommer ut i Atlanteren? Begrunn svaret.

Oppgave 2.5

En flåte som måler $6,0 \text{ m} \times 4,0 \text{ m}$, flyter på ei elv. Vi vil bruke flåten til å frakte en bil over elva. Idet vi kjører bilen om bord, synker flåten $3,0 \text{ cm}$ dypere i vannet. Finn tyngden av bilen.

Oppgave 2.6

En av grunnene til at havnivået kan komme til å stige, er at isen i polområdene holder på å smelte. Drøft dette. Kan det være noen forskjell på virkningen av issmelting i Arktis og i Antarktis?

Oppgave 2.7

En miniubåt ligger i ro på 80 m dyp. Inne i ubåten er trykket 100 kPa , som også er lik lufttrykket over vannflaten. Et sirkulært vindu har radius 14 cm . Hvor stor er resultanten av trykkreftene mot vinduet?

Oppgave 2.8

Et luftputefartøy er 40 m langt, 24 m bredt og har massen 166 tonn . Når fartøyet svever, må trykket i luftputen under skipet være større enn i lufta utenfor. Hvor stort må dette overtrykket være?

Oppgave 2.9

Et isflak med volum 20 m^3 flyter i ferskvann. Regn ut hvor stor tyngde isflaket kan bære uten å gå under.

Oppgave 2.10

En gutt med masse 50 kg står midt på et isflak som har et areal lik $1,5 \text{ m}^2$. Isflakets overside ligger akkurat i vannskorpa i ferskvann. Hvor stor er isflakets tykkelse?

Oppgave 2.11

Et isfjell flyter i sjøen. Hvor stor del av isfjellets totale volum ligger over vannflaten?

Oppgave 2.12

Hvilke symboler brukes i skipsteknikken for volumdeplasement og vektdeplasement (massedeplasement)? Oppgi også typiske måleenheter for disse størrelsene. Lag en formel for sammenhengen mellom størrelsene.

Oppgave 2.13

Et lasteskip har en lettskipsvekt på 22000 tonn og en dødvekt på 82000 tonn . Hvor stort er skipets volumdeplasement?

Oppgave 2.14 (eksperiment)

Sett en tom toliters isboks på vannet. Sett så en kvartliters melkekartong fylt med vann oppe i isboksen. Hvordan vil du karakterisere stabiliteten? Tøm vannet ut isboksen. Er stabiliteten endret? Gjenta eksperimentet med en halvliters melkekartong med vann. Hva kan du si om stabiliteten nå? Hvilke kriterier vil du bruke for å beskrive stabiliteten?

Oppgaver

Oppgave 2.15

Tenk deg en tom brusflaske som flyter i vann. Hva kan du si om stabiliteten til denne? Begrunn svaret.

Oppgave 2.16

Det skal gjennomføres beregninger av et lignende oppsett som det vi brukte i oppgave 14. Isboksen er laget av 0,2 cm tykk plast og har innvendige mål $L = 18$ cm, $B = 13$ cm og $H = 8,6$ cm. Boksens bunn har en masse lik 104 g og de fire veggene en masse på 228 g totalt.

Sentralt (i diagonalenes skjæringspunkt) oppe i den tomme isboksen plasseres det en halv-liters melkekartong hvor melken er erstattet med vann. Denne har et kvadratisk tverrsnitt med sidekant 5,8 cm og en høyde 14,9 cm. Vi ser bort fra massen av selve kartongen, slik at massen av "båtens last" altså kan settes lik 500 g.

- Beregn volumdeplasement og dypgang for oppsettet ovenfor.
- Lag en tegning (tverrsnitt) av oppsettet i skala 1 : 1. Avmerk vannlinjen, oppdrifts-senteret (B) og sentralt punkt på bunnens underside (K). Hvor stor er avstanden KB?
- Bestem beliggenheten av oppsettets tyngdepunkt G, uttrykt ved avstanden KG. Dette gjøres ved å anvende tyngdepunktsatsen på momentene som de enkelte delmassene gir om en horisontal, langsgående akse gjennom punkt K. (For å forstå tyngdepunktsatsen bedre kan du som et tankeeksperiment dreie hele oppsettet 90 grader om denne akse. Dermed får tyngdene av både de enkelte delmasser og den samlede massen armer å virke på, slik at de skaper virkelige momenter om akse gjennom K). Avmerk den beregnede tyngdepunktbeliggenhet i figuren.
- Beregn metasenterhøyden BM, og marker metasenterets beliggenhet (M) på tegningen.

e) Bestem avstanden GM. Forklar hvorfor systemet kan defineres som stabilt, men med en stabilitet som er meget dårlig.

f) Hvor stor blir avstanden GM hvis vi heller vannet i kartongen ut i isboksen? Hvilken konklusjon kan du trekke av dette?

Oppgave 2.17

Det vises til eksemplene med Geir Grei på isoporflåten på sidene 11 og 15 foran. Her ble det påvist at stabiliteten var tilfredsstillende så lenge Geir satt i ro på flåten.

- Er det tilstrekkelig stabilitet i systemet hvis Geir reiser seg opp på kne midt på flåten? Geirs tyngdepunkt heves da fra 4 dm til 7 dm over flåtens dekk.
- Geir vil undersøke om han kan bli stående oppreist på flåten og reiser seg opp. Hans tyngdepunkt heves da til 1,0 m over dekket. Kan han bli stående slik, eller får han et ufrivillig bad? Begrunn svaret.

Oppgave 2.18

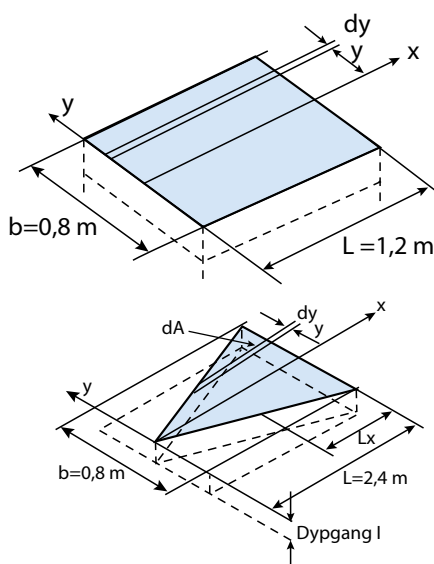
Geir vil ta med en kamerat på padletur med den samme flåten som er beskrevet foran. Han hadde tenkt at guttene skulle sitte etter hverandre langs flåtens lengdeakse og slik at denne holdt seg horisontal. Kameraten har samme masse og tyngdepunktbeliggenhet som Geir.

- Påvis ved beregning hvorfor guttene ikke vil få noen padletur sammen.
- Hva er hovedgrunnen til at systemet nå er blitt ustabil?

Oppgave 2.19

Geir Grei har etter hvert blitt meget interessert i fenomenet stabilitet. Han har også funnet et annet isoporlegeme som han vil bruke til en ny flåte som skal bli lettere å padle. Denne er imidlertid formet som en likebent trekant med grunnlinje 0,8 m og høyde 2,4 m (se figur A). Dimensjonene gir samme vannlinjeareal som for den rektangulære flåten. Videre er tykkelsen den samme, og dermed blir også den nye flåtens masse og dypgang den samme som tidligere. Men Geir lurer veldig på om stabiliteten virkelig kan være den samme som før, nå når vannlinjearealet er blitt trekantformet i stedet for rektangulært. Det har blitt så kaldt i vannet at han ikke tar sjansen på å gjøre et realistisk, fullskala eksperiment. Geir har imidlertid blitt så fascinert av bruk av integralregning til bestemmelse av arealtreghetsmoment, slik som forklart på side 16 for et rektangel, at han bestemmer seg for å prøve metoden først for et rektangel og for en trekant. Men han "kjører seg fast". Kanskje du kan hjelpe ham?

- Bevis ved hjelp av integralregning at arealtreghetsmomentet om akse $x-x$ for en trekant som vist i figur, kan skrives: $I = L \cdot b^3 / 12$
- Påvis at det ville endt med katastrofe dersom Geir hadde forsøkt å sette seg på en slik trekantet flåte.



Oppgave 2.20

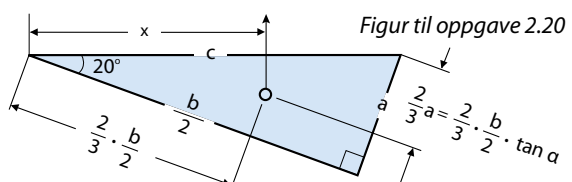
Med arealsenter for en flate mener vi det samme som tyngdepunktet for flaten. (Tenk deg flaten klippet ut av en plate og balansert på en spiss plassert i arealsenteret). For en trekant ligger arealsenteret i skjæringspunktet mellom medianene. En median er en linje fra et hjørne til midtpunktet på motstående side.

- Bevis geometrisk at arealsenteret ligger som vist på nederste figur til høyre.
- Hvor stor blir feilen i prosent hvis vi regner med at også avstanden x er lik $2/3$ av kateten b ?
Det er nettopp dette som ble gjort under utledningen for beregning av metasenterhøyden. Beregn feilen både for en trekant med vinkel 10 grader og en trekant med vinkel 20 grader.

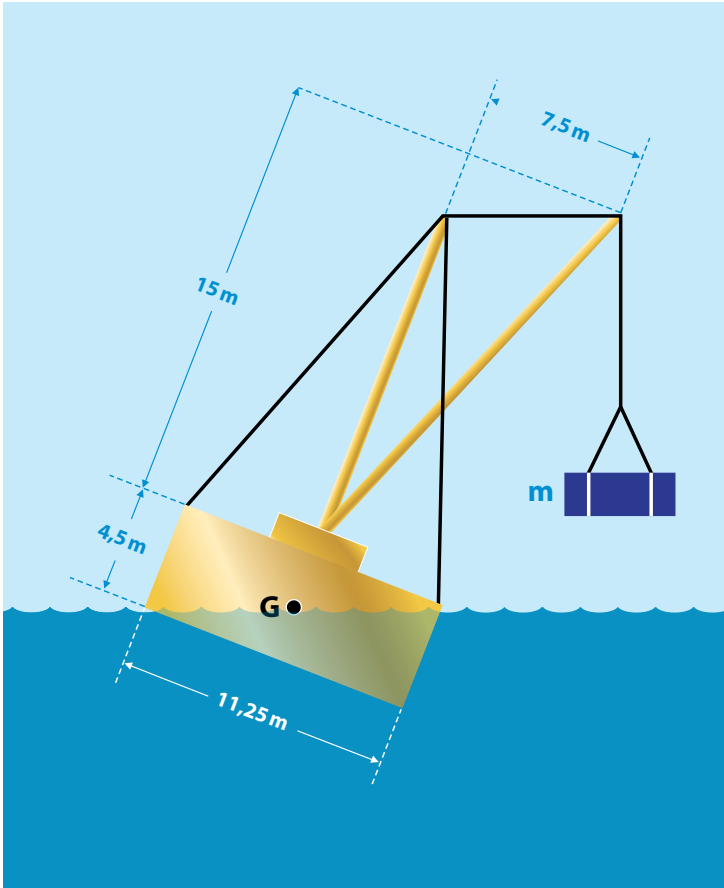
Oppgave 2.21

Geir er ute og padler med flåten sin. Plutselig ser han noe i vannet som han vil ta opp. Han flytter seg derfor så mye til styrbord at systemets tyngdepunkt forskyves 0,12 m horisontalt til siden. Flåten vil da krenge, men ikke så mye at nedre hjørne på sideflaten kommer over vannspeilet.

- Lag en figur som viser situasjonen før og etter krengingen og marker punktet som krengingen skjer om. Avmerk systemets tyngdepunktbeliggenhet etter krengingen og tegn inn hvordan systemets tyngde og oppdrift nå virker (både angrepspunkt og retning for kreftene).
- Beregn hvor vannlinja nå vil bli liggende på styrbord side av flåten. Hint: Bruk samme resonnement som i første del i utledningen av formelen for metasenterhøyden foran, og sett det opprettende momentet lik det momentet som genereres om senterlinjen når Geir flytter seg. Beregn også krenningsvinkelen.



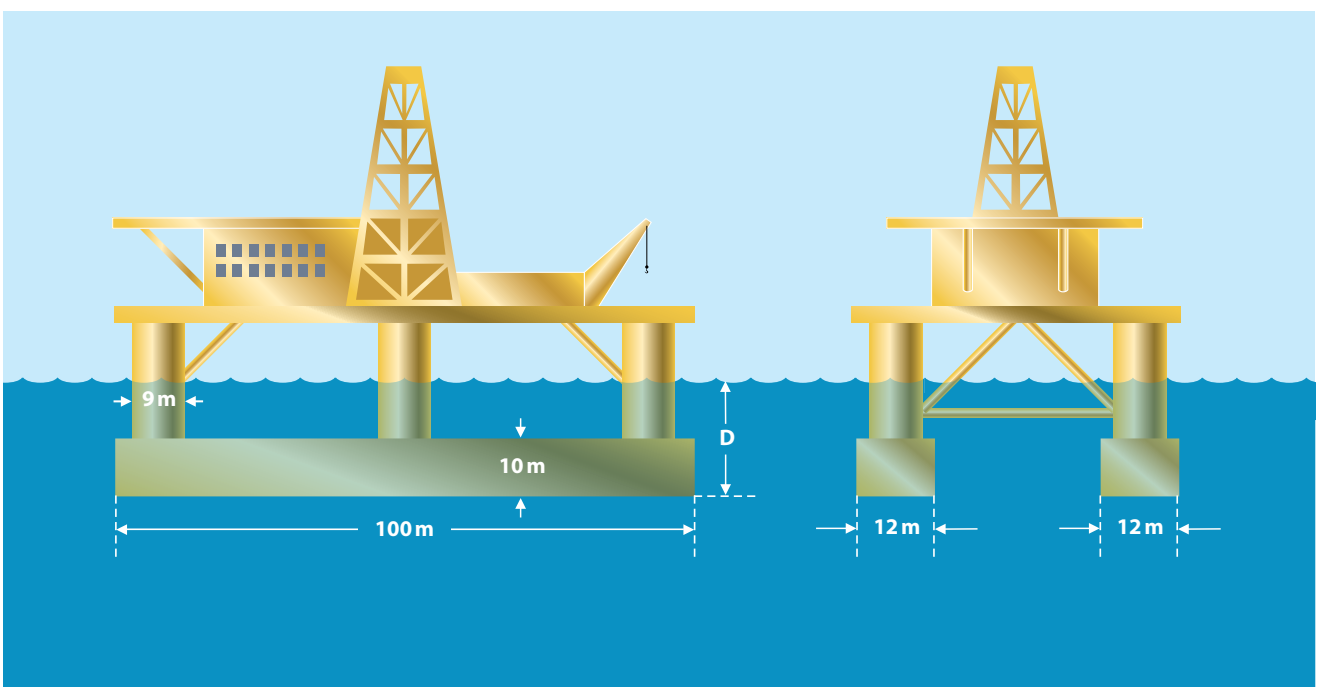
Oppgaver



Oppgave 2.22

En leker med kran er utformet som et rektangulært prisme med dimensjoner 11,25 m x 30 m x 4,5 m. Lekeren må aldri brukes slik at vannspeilet kommer inn på dekket. Dette gir en maksimal krenning som framgår av figuren. Selve lekeren, ballasten, maskinelt utstyr og kрана uten last gir en tyngdepunkts plassering (punkt G) som inntegnet.

- Skisser de ytre krefter som virker på systemet.
- Bestem ved hjelp av grafisk metode hvor stor masselast (m) som kрана kan ta i den situasjonen som er vist i figuren. Oppdrifts-senteret må da tegnes inn i en nøyaktig tegning av systemet (for eksempel i skala 1:100), slik at nødvendige momentarmer kan måles ut direkte på tegningen.



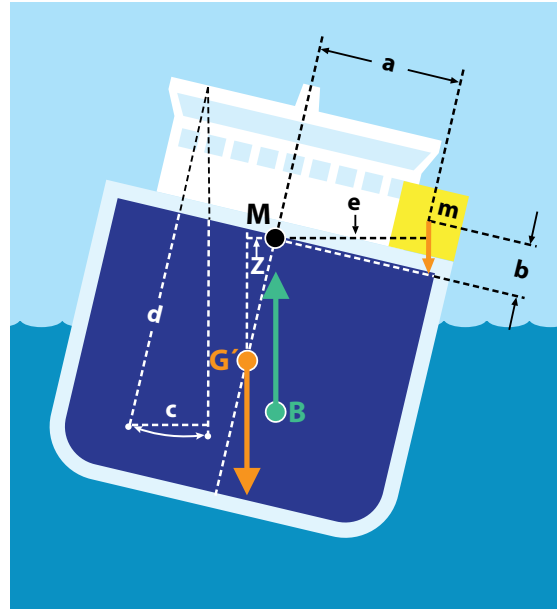
Oppgave 2.23

En flytende leteplattform er utført med to pongtonger og seks sylindriske søyler med dimensjoner som framgår av figur. Pongtongene gir plass for bl.a. en rekke ballasttanker og eventuelt framdriftssystem. Ballasttankene brukes til å trimme (balansere) plattformen og regulere dekkets høyde over havoverflaten. Den viste plattformen har et totalt massedepasement lik 29000 tonn.

- Beregn plattformens dypgang (D). Vi ser bort fra vertikalkomponenter av krefter som virker på pongtongene gjennom ankerkjettingene.
- På grunn av værmelding om ekstremt høye bølger beslutter plattformsjefen at plattformen skal heves 1,2 m. Hvor mye vann må pumpes ut fra ballasttankene for å oppnå dette?

Oppgave 2.24

Oppgaven omhandler en såkalt **krengeprøve**. En slik prøve er et fysisk eksperiment som myndighetene forlanger skal gjennomføres for alle nye skip og skip som er bygget om. Eksperimentet foregår under offentlig kontroll, og skipet skal alltid ha en kopi av tilhørende rapport om bord. Hovedhensikten med eksperimentet er å fastlegge nøyaktig den vertikale plassering av skipets tyngdepunkt, helst både uten last og i den mest aktuelle lastsituasjon. Det har foran i dette kapitlet blitt påpekt at det er av avgjørende betydning å kjenne avstanden $G'M$, altså avstanden mellom tyngdepunktet (G') og metasenteret (M). Vi har tidligere også sett hvordan metasenterets beliggenhet kan beregnes. Nøyaktig beregning av tyngdepunktets beliggenhet er imidlertid meget vanskelig å gjennomføre, og i stedet skal dette altså bestemmes eksperimentelt. Dette gjøres som vist i figuren. En kjent masse (m) plasseres på kanten av dekket slik at skipet krenger. Plasseringen er gitt ved hjelp av avstandene a og b fra metasenteret M , som er blitt beregnet da skipet ble designet. Krengevinkelen bestemmes ved måling av utslaget (c) av et lodd i ei snor, som skjematisk vist på figuren.



For et skip med massedepasement lik 14000 tonn gjennomføres en krengeprøve med en krengelest $m = 30$ tonn, som plasseres $a = 8,0$ m og $b = 2,0$ m fra metasenteret, se figuren. Horisontalt utslag av loddet utmåles til $c = 192$ mm, og loddsnoras lengde er $d = 8020$ mm.

- Beregn momentarmen som tyngden fra krengelesten virker på i forhold til en horisontal, langsgående akse gjennom metasenteret. Husk at arm defineres som den vinkelrette avstand mellom kraftens retning og den horisontale "dreieaksen" gjennom metasenteret M (som vist ved hjelp av linjen e i figuren).
- Beregn momentarmen (z) som skipets tyngde virker på i forhold til den samme horisontale aksene som nevnt ovenfor. Momentet fra skipets tyngde må være like stort som momentet fra krengelesten. Forklar hvorfor det ikke er nødvendig å ta hensyn til oppdriften i denne forbindelse.
- Fastlegg beliggenheten av tyngdepunktet (G') ved å beregne avstanden $G'M$. Denne må være så stor at krengevinkelen gir en momentarm (z) lik den som ble beregnet i punkt b.

